

К РАСЧЕТУ ХАРАКТЕРИСТИК ПЬЕЗОТРАНСФОРМАТОРОВ
НА ВОЛНАХ ЛЭМБА

Д.М.МУСТАФАЕВ

Бакинский Государственный Университет

Одним из многих задач электроупругости, имеющих применение, является задача о распространении волн Лэмба в пьезоэлектриках. На основе точного решения уравнений электроупругости получены расчетные зависимости для определения одной из важных характеристик пьезотрансформатора – коэффициента трансформации напряжения в режиме холостого хода выходной секции пьезотрансформатора. В качестве иллюстрации, полученные результаты использованы для численного определения коэффициента трансформации для полосы из пьезоэлектрика сульфида кадмия.

Пусть пьезоэлектрический трансформатор, занимающий область полосы $|z| < h$, $|x| < \infty$, $|y| < \infty$, имеет входные электроды на поверхности $z = -h$ и выходные на поверхности $z = h$ (рис. 1 а). Предполагается, что поверхности $z = \pm h$ трансформатора свободны от механических нагрузок, на входные электроды подается напряжение $\pm V_i$, а с выходных электродов снимается напряжение V_e , причем эти электроды разомкнуты, кроме этого предполагается, что пьезотрансформатор изготовлен из кристалла симметрии класса 6mm и ось Z совпадает с осью симметрии шестого порядка. Полупространства $|z| > h$ заняты вакуумом или воздухом и учитываются в расчетах.

Электроупругие поля в пьезотрансформаторе представим в виде суммы симметричного (рис. 1 б) и антисимметричного (рис. 1 в) состояний. Значения потенциалов этих состояний определяются из соотношений

$$V_s = (V_i - V_e) / 2, \quad V_c = (V_i + V_e) / 2, \quad (1)$$

причем потенциал V_e на выходных электродах неизвестен и должен быть определен из условия отсутствия тока на выходных электродах [1]. Коэффициент трансформации по напряжению определим соотношением

$$K_\varphi = V_e / V_i \quad (2)$$

Таким образом, задача расчета коэффициента трансформации K_φ сводится к решению симметричной и антисимметричной задач электроупругости для полосы. Рассмотрим общую схему решения симметричной задачи, имея в виду, что решение антисимметричной задачи строится аналогичным образом, а

пьезотрансформатор работает в режиме установившихся колебаний с круговой частотой ω .

Применяя к уравнениям электроупругости интегральные преобразования Фурье, можно показать, что двумерная задача электроупругости (рис. 1б) сводится к интегральному уравнению

$$\int_a^b \sigma^{(s)}(t) K_s(t, x) dt = -\pi V_s \varepsilon_{33}^s / L \quad (3)$$

относительно скачка плотности зарядов $\sigma^{(s)}(t)$ на электроде ($a < t < b$), здесь ε_{33}^s – диэлектрическая проницаемость, L – характерный линейный размер задачи (например, ширина электрода), ядро $K(t, x)$ в (3) определяется выражением

$$K_s(t, x) = 2 \int_0^\infty \frac{R_1(p)}{R_2(p) - \varepsilon_0 R_1(p)} \frac{\sin(pt) \sin(px)}{p} dp, \quad (4)$$

где $R_1(p)$, $R_2(p)$ – известные функции, зависящие сложным образом от электрофизических характеристик пьезополосы и относительной толщины полосы.

Установлено, что ядро (4) имеет логарифмическую особенность и, кроме этого, подынтегральная функция в (4) на полуоси интегрирования имеет конечное число простых полюсов, определяющих скорость распространения симметричных волн Лэмба.

Представляя решение уравнения (3) в форме ряда по полиномам Чебышева ($t = (b-a)\tau/2 + (b+a)/2$)

$$\sigma^{(s)} = C \cdot (1 - \tau^2)^{-1/2} \sum_{m=0}^\infty A_m^{(s)} T_m(\tau) \cdot C \cdot V_s \quad (5)$$

для определения коэффициентов разложения $A_m^{(s)}$ получим бесконечную систему уравнений

$$\sum_{m=0}^\infty A_m^{(s)} \alpha_{mn}^{(s)} = \delta_{on}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где $\alpha_{mn}^{(s)}$, δ_{on} – известные коэффициенты и правые части, C – некоторая константа.

Заметим, что суммарный заряд на электроде, как следует из (5), будет

$$q_s = A_0^{(s)} V_s C_1, \quad (7)$$

где C_1 известная константа.

Решение антисимметричной задачи (рис. 1б) строится аналогично, при

этом для амплитуды суммарного заряда на электроде будем иметь

$$q_c = A_0^{(c)} V_c C_1, \quad (8)$$

где $A_0^{(c)}$ определяется решением бесконечной алгебраической системы, аналогичной системе (6).

Учитывая симметрию электроупругих полей для выходных электродов, условие холостого хода запишется соотношением

$$-A_0^{(s)} V_s + A_0^{(c)} V_c = 0. \quad (9)$$

С учетом соотношений (1), из (9), в соответствии с (2), для K_φ получим

$$K_\varphi = \frac{A_0^{(s)} - A_0^{(c)}}{A_0^{(s)} + A_0^{(c)}}. \quad (10)$$

Заметим, что коэффициент трансформации K_φ является величиной комплексной и, таким образом, напряжение на выходных электродах сдвинуто по фазе относительно напряжения на входных электродах.

Полученные результаты использовались для численного определения коэффициента трансформации K_φ для полосы из пьезоэлектрика сульфида кадмия [2]. На рис. 2 приведена зависимость действительной (кривая 1) и мнимой (кривая 2) частей величины K_φ в зависимости от параметра a/λ_x при $b/\lambda_x = 0,05$, $(b-a) = \lambda_x/8$, $\lambda_x = 1\text{ мм}$ ($\lambda_x = 2\pi v_x/\omega$, $v_x^2 = C_{11}^\epsilon/\rho$). Как следует из представленных данных, полярность напряжения на выходных электродах может быть противоположной полярности напряжения на входных электродах.

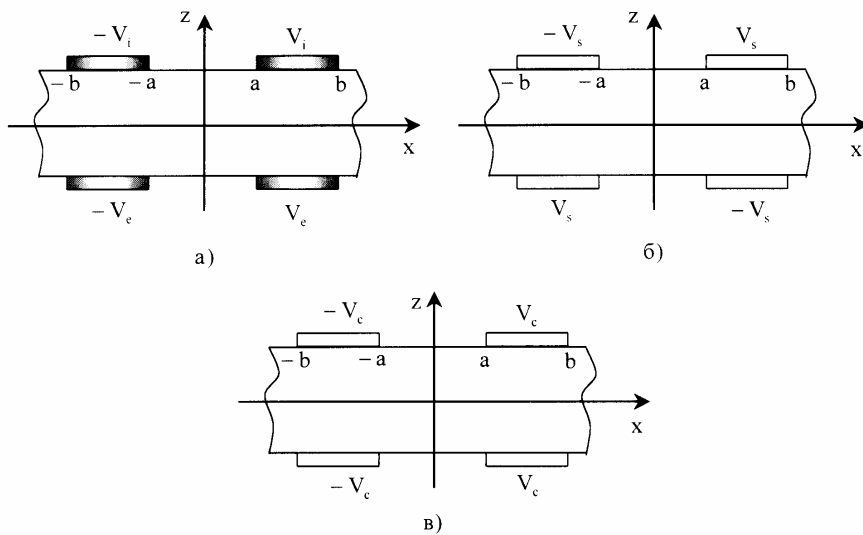


Рис. 1.

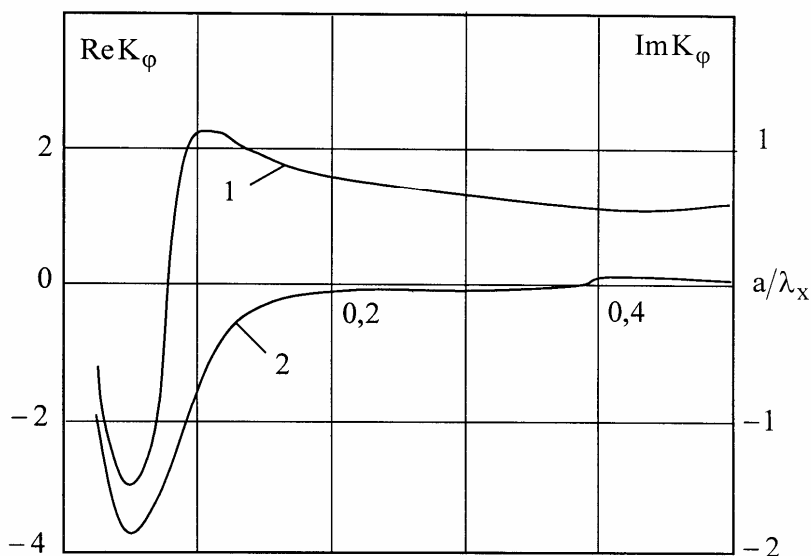


Рис. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Улитко А.Ф. О некоторых особенностях постановки граничных задач электроупругости. – В кн.: - Современные проблемы механики и авиации. М.: Машиностроение, 1982, с. 290 – 300.
2. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. М.: Наука, 1982, 424 с.

LEMB DALĞALARININ ƏSASINDA PYEZOTRANSFORMATORLARIN XARAKTERİSTİKALARININ HESABLANMASINA DAİR

С.М.МУСТАФАЕВ

XÜLASƏ

Elektroelastikliyin tətbiqi əhəmiyyəti olan külli miqdarda məsələlərdən biri də Lemb dalğalarının piezoelektrlərdə yayılması məsələsidir. Elektroelastiklik nəzəriyyəsinin tənliklərinin dəqiq həlli əsasında piezotransformatorların əsas xarakteristikası olan gərginliyin transformasiyası əmsalı üçün hesabat asılılıqları alınmışdır. Alınmış nəticələrin əsasında sulfid kadmiumun piezoelektrik zolağında transformasiya əmsalının ədədi qiyməti təyin olunmuşdur.

**ABOUT CALCULATION OF THE CHARACTERISTICS OF
THE PEZOTRANSFORMATORS IN THE LEMB WAVES**

J.M. MUSTAFAYEV

SUMMARY

One of the most problems of elasticity, having application is a problem of spread of Lamb waves in piezoelectrics. On the basis of exact decision of the electroelasticity equations have been received calculating dependences for the definition one of the important characteristics of the pezoformators – the coefficient of the strain transformation in the regime of a blank motion of transformators exit section. In the capacity of illustration received results had been used for calculating determination of coefficient of transformation for strip of cadmium sulfide piezoelectric.